Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Antenna: struttura di solito costruita con un buon conduttore elettrico, progettata per irradiare un campo elettromagnetico (e quindi una potenza) in maniera efficiente.

Le onde elettromagnetiche sono prodotte da una corrente elettrica variabile nel tempo, che viene indotta sull'antenna da una sorgente a cui questa è collegata.

Per la forma dell'antenna di solito si sceglie quella che è più semplice da realizzare e meno costosa, per una certa applicazione.

Antenne molto diffuse sono le antenne filiformi, costituite da due aste di lunghezza l ciascuna e separate tra loro da uno spazio molto ristretto

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Affinché l'antenna irradi in maniera efficiente, la sua lunghezza totale 2l deve essere confrontabile con la lunghezza d'onda λ nel mezzo in cui l'antenna irradia (di solito lo spazio libero).

Quando è possibile si usano spesso antenne a $\lambda/2$.

Il campo di una antenna è facilmente calcolabile nota che sia la distribuzione di corrente J.

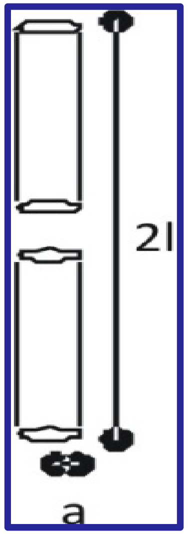
Ben più difficile è il problema inverso: dato un campo che rispetta certe condizioni al contorno, calcolare la distribuzione di corrente J che lo ha generato. Tale corrente dipende infatti dalla struttura e geometria della antenna, nonché dal tipo di alimentazione.

Di solito non si riesce a trovare la soluzione esatta del problema, ma quella approssimata con un certo grado di errore che si fa in modo di rendere il più piccolo possibile.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Cominciamo qui a considerare il calcolo della corrente su di una antenna filiforme, ovvero su di una antenna cilindrica in cui il parametro di snellezza è maggiore di 10:



$$\Omega = \ln\left(\frac{2l}{a}\right)^2 > 10$$

a << 2l

dove l e a sono semilunghezza e raggio.

Questo consente alcune ipotesi semplificatrici sulla forma della corrente incognita, ma anche sul modello di alimentazione.

Occorre infatti ricordare che l'impedenza di ingresso dipende in maniera notevole dai dettagli dell'alimentazione.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Per ottenere tecniche di calcolo maneggevoli, pur conservando una ragionevole accuratezza, sono stati proposti vari modelli di alimentazione per una antenna filiforme.

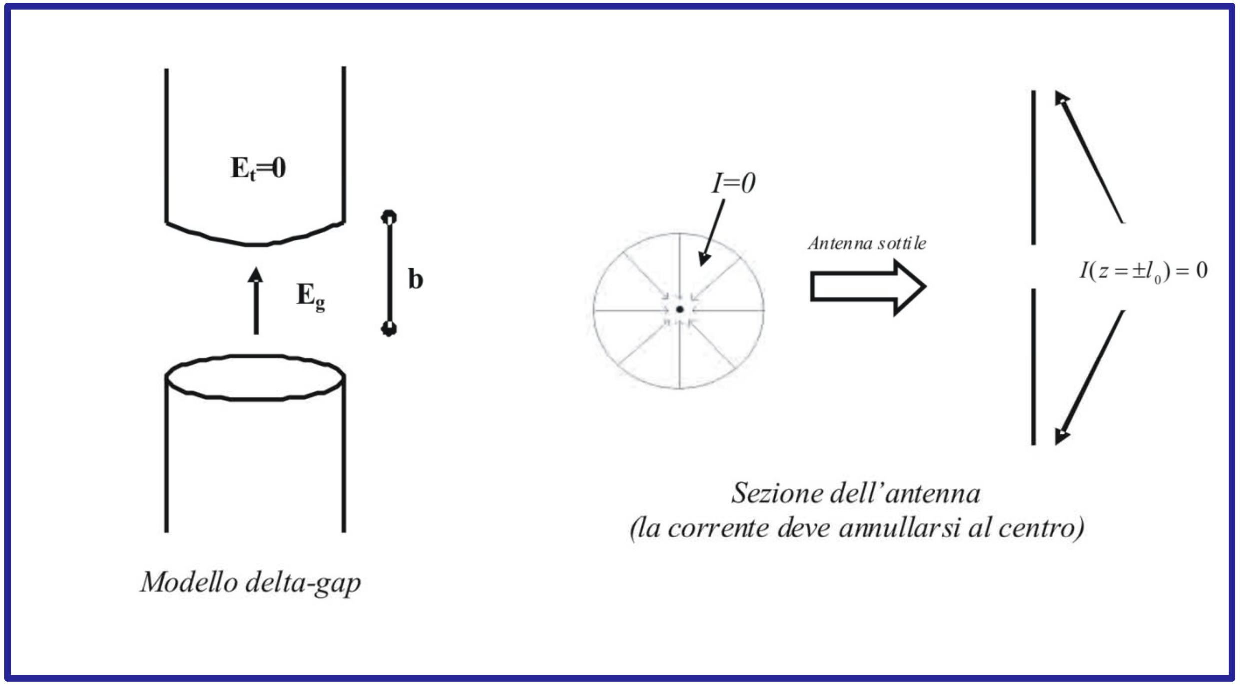
Modello a delta-gap: si assume un campo elettrico assiale costante sulla zona del gap. In tal modo la corrente $\underline{\mathbf{J}}$ incognita sull'antenna deve avere simmetria cilindrica e pertanto deve essere indipendente da φ e può variare solo con la quota z (in caso contrario si avvolgerebbe), ed inoltre deve essere, almeno sulla superficie esterna, orientata lungo $\underline{\mathbf{i}}_z$.

Se l'antenna è sottile, l'eventuale corrente sulle basi (che è piccola dovendo annullarsi al centro) può essere trascurata, lasciando così una unica corrente incognita rivolta lungo $\underline{\mathbf{i}}_z$, che si annulla alle estremità dell'antenna ($z = \pm l$).

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

In pratica io mi aspetto che sui due piatti terminali la corrente sia costante con φ ed abbia direzione radiale.



Questa corrente deve necessariamente annullarsi al centro dei piatti, dato che non può fluire da nessuna parte. Assumendo il raggio a piccolo (cosa lecita per antenne filiformi), la corrente sui bordi dei piatti sarà quindi molto piccola, e pertanto può essere considerata costante, ed uguale a zero, con buona approssimazione ($I(z = \pm l_0)=0$).

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Per simmetria (sia di alimentazione, che geometrica) tale corrente superficiale (la corrente è superficiale in quanto stiamo considerando l'antenna costituita da un CEP) sarà data da:

$$\underline{J} = I(z)\frac{1}{2\pi a}\delta(r-a)\underline{i}_z$$

dove **J** è una densità di corrente sulla superficie dell'antenna, ed

$$I(z) = \int \underline{J} \cdot \underline{i}_z dS$$

è la corrente totale che fluisce attraverso una qualunque sezione della antenna.

La nostra incognita è quindi diventata la corrente I(z).

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

La densità di corrente $\underline{\mathbf{J}}$ produce un campo elettrico $\underline{\mathbf{E}}_s$, calcolabile a partire dal potenziale vettore $\underline{\mathbf{A}}=A_z\underline{\mathbf{i}}_z$ con:

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi}\int_{S\_ant}\frac{I(z)}{2\pi a}\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}dS$$

con integrale fatto sulla superficie della antenna, ed essendo:

$$G = \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}$$ funzione di Green nello spazio libero

$$dS = ad\varphi dz$$ in coordinate cilindriche

Alla superficie dell'antenna dovrà allora essere:

$$\underline{i}_n \times \underline{E}_s = \begin{cases} 0 & \text{fuori dal GAP} \\ -\underline{i}_n \times \underline{E}_g & \text{sul GAP} \end{cases}$$

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Quest'ultima relazione può essere trasformata in una equazione integrale nella corrente I(z), la cui soluzione risolve il problema.

Nell'espressione di A_z possiamo calcolare dapprima l'integrale in dφ, in cui non vi è la corrente (corrente che, avendo simmetria cilindrica, deve essere indipendente da φ):

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} d\varphi$$

Questo è il campo di una distribuzione di corrente posta su un anello dell'antenna.

Se l'antenna è snella, la distanza |r-r'| è sostanzialmente indipendente da φ, e così il ritardo di fase.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Quindi trascuro i ritardi di fase e considero tutti i punti concentrati sull'asse. Si può allora approssimare l'integrale con:

$$\int_0^{2\pi} \frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|} d\varphi \cong \frac{e^{-jk|\underline{r}-z'\underline{i}_z|}}{|\underline{r}-z'\underline{i}_z|} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{e^{-jk|\underline{r}-z'\underline{i}_z|}}{|\underline{r}-z'\underline{i}_z|} 2\pi$$

dove nella precedente si è posto $\underline{\mathbf{r}}' \cong z'\underline{\mathbf{i}}_z$, essendo l'antenna molto sottile.

Quindi in pratica il vettore sorgente r' può considerarsi giacente sull'asse dell'antenna, e così pure la corrente superficiale può considerarsi come concentrata sull'asse dell'antenna.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Si ottiene così:

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I(z)}{2\pi a}\frac{e^{-jk|r-r'|}}{|r-r'|}dS \cong \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-l_0}^{l_0} I(z')\frac{e^{-jk|\underline{r}-z'\underline{i}_z|}}{|\underline{r}-z'\underline{i}_z|}dz'$$

Si noti che questo A_z è lo stesso che si otterrebbe assumendo la corrente I(z) concentrata sull'asse dell'antenna.

Il campo elettrico vale:

$$\underline{E} = -j\omega\underline{A} + \frac{\nabla(\nabla\cdot\underline{A})}{j\omega\varepsilon_0\mu_0} = -j\omega\underline{A} - \frac{j\omega}{k_0^2}\nabla(\nabla\cdot\underline{A})$$

In particolare, dato che il campo elettrico ha la sola componente z, si ha:

$$\underline{E} = E_z\,\underline{i}_z = -j\omega\left(A_z + \frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right)\underline{i}_z = -j\omega\left(1 + \frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)A_z\,\underline{i}_z$$

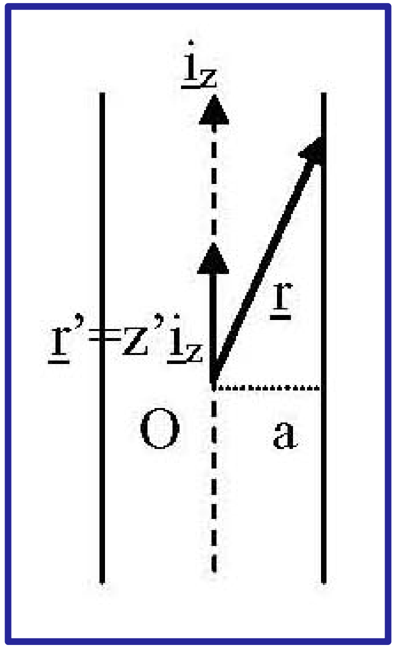
Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

Imponendo la condizione al contorno sulla superficie della antenna si ottiene l'**Equazione di Pocklington**:

$$-j\omega\left(1+\frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-l_0}^{l_0} I(z')\frac{e^{-jkR}}{R}dz'=\begin{cases}0 & \text{fuori dal GAP}\\ -E_g & \text{sul GAP}\end{cases}$$

dove $R^2 = a^2 + (z-z')^2$, in quanto il vettore del punto sorgente, calcolato rispetto al centro dell'antenna, giace sull'asse z ed il punto campo **r**, che si trova sulla superficie dell'antenna, ha coordinate (a,z).



Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

L'equazione di Pocklington è una equazione integrale di Friedholm di I° specie: gli estremi di integrazione sono costanti e l'incognita compare solo sotto il segno di integrale.

Dato che si è supposta la sorgente concentrata sull'asse dell'antenna, e che il punto campo giace sempre sulla superficie dell'antenna stessa, il punto sorgente ed il punto campo non possono mai coincidere e di conseguenza la funzione di Green del dipolo e^{-jkR}/R che compare nell'integrale è non singolare.

Quindi essa è infinitamente derivabile, così come il primo membro dell'equazione di Pocklington.

Tuttavia, il secondo membro è discontinuo, e quindi non derivabile. Di conseguenza, a rigore, l'equazione non ha soluzione. Si può comunque, ovviamente, ottenere una soluzione approssimata di tale equazione.

:

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

L’equazione integrale di Pocklington consente di determinare, nota la tensione di eccitazione di una antenna filiforme, la densità di corrente sull’antenna stessa, e da questa il campo lontano (senza problemi) o il campo vicino (con una precisione che dipende da quanto è precisa la corrente calcolata sull’antenna).

Inoltre, una volta che si conosce la distribuzione di corrente in funzione della tensione di eccitazione, si può calcolare facilmente l’impedenza di ingresso, o perlomeno una buona approssimazione dell’impedenza di ingresso (in quanto non riesco a tenere conto di tutti i dettagli relativi al punto di alimentazione).

L’equazione di Pocklington è una equazione di continuità del campo elettrico (EFIE). Infatti la parte integrale dell’equazione può essere vista come un operatore (che poi non è altro che una funzione di Green) applicato ad una densità di corrente. Il risultato è dunque un campo elettrico: $\langle G,J\rangle=E$

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

La soluzione di tale equazione presenta però dei problemi numerici. Infatti il primo membro può essere visto come la convoluzione tra la corrente incognita ed una opportuna funzione di Green, ovvero il campo di un dipolo.

Il campo di un dipolo è, però, fortemente singolare nel punto sorgente; ha una singolarità di ordine 3 nell'origine, e se io vado ad integrare su una corrente superficiale, trovo che l'integrando varia come $1/r^3$, mentre il dominio di integrazione , che è una superficie, varia come r^2, e quindi ho a che fare con un integrando che varia come 1/r ed è pertanto singolare (infinito di ordine 1 nell'origine, e quindi non integrabile).

L'equazione di Pocklington dovrebbe quindi contenere tale singolarità

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Pocklington

In realtà, avendo concentrato la corrente sull’asse dell’antenna (e questo lo posso fare con buona approssimazione in quanto l’antenna è filiforme), la funzione di Green che vi compare NON è singolare.

Infatti così facendo io non vado più a calcolare il campo nello stesso punto in cui si trova la corrente e l’integrando non da problemi di singolarità, in quanto r’(valutato sull’asse) è sempre diverso da r (valutato sulla superficie esterna).

Tuttavia questa approssimazione di una funzione fortemente singolare con una funzione regolare non consente una soluzione numerica dell’equazione allo stesso tempo accurata e stabile.

Inoltre, l’equazione di Pocklington non è risolvibile con un grado arbitrariamente grande di precisione. :

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Posso allora utilizzare un'altra equazione per questo tipo di problema, che riduca al minimo il problema di singolarità.

E' possibile utilizzare una equazione che coinvolga il solo potenziale vettore, la cui funzione di Green, pur singolare, è integrabile.

Ciò consente, dopo aver concentrato la corrente sull'asse (il che rimuove la singolarità), una soluzione approssimata stabile ed accurata.

Il potenziale vettore in funzione della corrente (che avrà solo una componente z, in quanto J(z) ha solo componente z) assume la forma:

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S\_antenna} \frac{I(z')}{2a\pi} \frac{e^{-jk\left|\underline{r}-\underline{r}'\right|}}{\left|\underline{r}-\underline{r}'\right|} dS'$$

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

La relazione tra il potenziale vettore e la corrente è ancora della stessa forma, solo che adesso la funzione di Green non è più il campo di un dipolo, ma il potenziale vettore di un dipolo, che presenta una discontinuità del primo ordine ed è quindi perfettamente integrabile su una superficie (caso di corrente superficiale).

Per ottenere questa equazione, ricavata inizialmente da Hallén, si parte dalla stessa relazione utilizzata per ricavare l'equazione di Pocklington (il campo elettrico lungo z tangente all'antenna deve essere nullo fuori dal gap e pari a $-E_g$ sul gap):

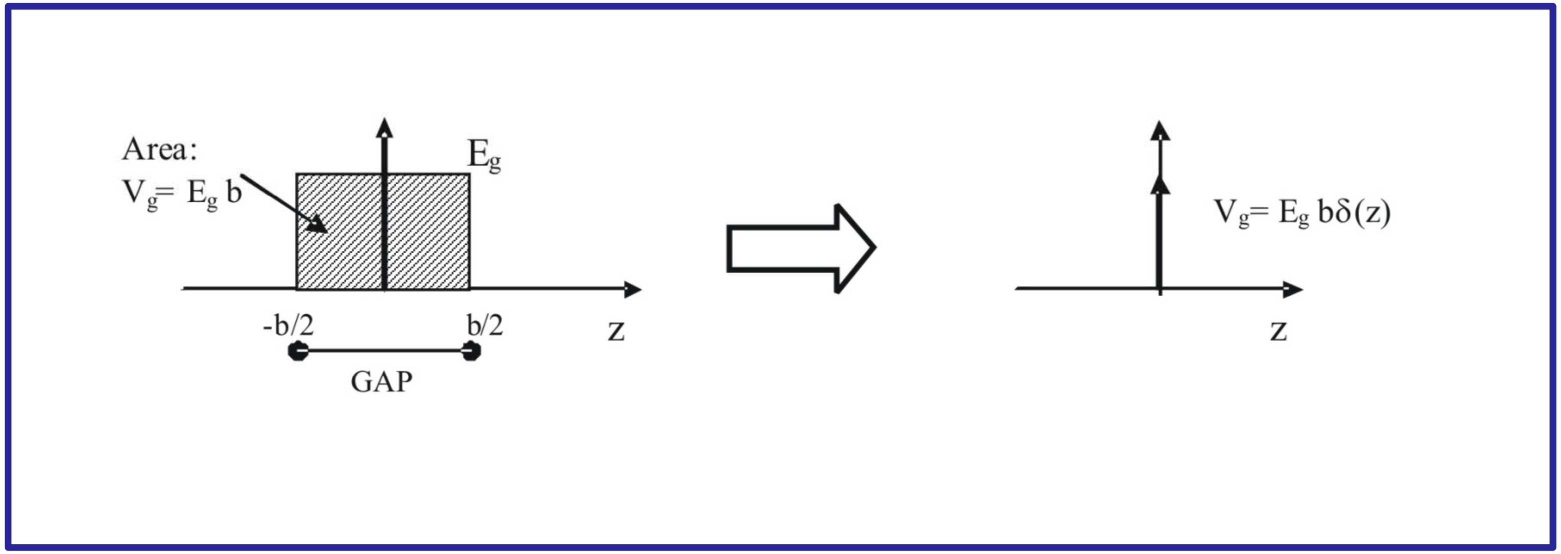
$$E_z = -j\omega\left(A_z + \frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right) = \begin{cases} 0 & \text{fuori dal GAP} \\ -E_g & \text{sul GAP} \end{cases}$$

vista come una **equazione differenziale** per A_z sulla superficie dell'antenna.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Se il gap è piccolo, il secondo membro può essere approssimato con un impulso, ossia può essere considerato nullo dappertutto tranne che nella zona del gap. In pratica si ha:



Dato che il secondo membro è nullo dappertutto tranne che nella zona del gap, in cui è in pratica costante, io sostituisco al secondo membro il suo integrale esteso alla zona del gap (ossia l'area del rettangolo) per un impulso, dato che il gap è piccolo.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Si ottiene:

$$-j\omega\left(A_z+\frac{1}{k_0^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}\right)=-V_g\partial(z) \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2}+k_0^2 A_z=-\frac{jk_0^2}{\omega}V_g\partial(z)$$

essendo $V_g=E_g \cdot b$ la differenza di potenziale nel gap.

Questa equazione presenta due particolarità: coincide con una equazione omogenea, a parte l'impulso nell'origine; la sua soluzione è simmetrica, ossia è una funzione pari, in quanto sia l'alimentazione che lo spazio libero circostante sono simmetrici.

Poiché la sorgente è pari, così come le eventuali condizioni al contorno (l'antenna è simmetrica) possiamo cercare una soluzione del tipo:

$$A_z=C\cos k_0 z+S\sin k_0|z|$$

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Per determinare le due costanti C ed S sfrutto prima il fatto che nell'origine la soluzione dell'equazione differenziale deve essere un impulso (e quindi a primo membro devo avere un impulso, ed ottengo la costante S), poi la condizione che agli estremi dell'antenna la corrente deve annullarsi (ed ottengo la costante C).

Il primo termine annulla il primo membro dell'equazione, in quanto:

$$\partial(C\cos k_0 z)/\partial z = -k_0 C \sin k_0 z$$

$$\partial^2(C\cos k_0 z)/\partial z^2 = \partial(-k_0 C \sin k_0 z)/\partial z = -k_0^2 C \cos k_0 z$$

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Quanto al secondo si ha, per la derivata prima:

$$A_z^{'} = k_0 S \cos k_0 |z| sign(z)$$

con sgn(z) che indica la funzione segno, e quindi la derivata seconda è:

$$A_z^{''} = -k_0^2 S \sin k_0 |z| sign(z) + k_0 S \cos k_0 |z| 2\delta(z) = -k_0^2 S \sin k_0 |z| + k_0 S \cos k_0 |z| 2\delta(z)$$

e quindi, se

$$2k_0 S = -\frac{jk_0^2}{\omega} V_g$$

allora $A_z = C \cos k_0 z + S \sin k_0 |z|$, con $S = -\frac{jk_0}{2\omega} V_g$ è una soluzione.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Esprimendo A_z in funzione di I(z) ed eguagliando le due espressioni si ottiene l'**Equazione di Hallén**:

$$A_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-l_0}^{l_0} I(z')\frac{e^{-jkR}}{R}dz'$$

$$A_z = C\cos k_0 z - \frac{jk_0}{2\omega}V_g \sin k_0|z|$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-l_0}^{l_0} I(z')\frac{e^{-jkR}}{R}dz' = C\cos k_0 z - \frac{jk_0}{2\omega}V_g \sin k_0|z|$$

e la costante C viene determinata imponendo che $I(\pm l_0)=0$ (che è in pratica la condizione al contorno per l'equazione di Hallén). Dalla soluzione di questa equazione integrale mi ricavo quindi la mia incognita I(z).

Il vantaggio dell'equazione di Hallén è che con tale approccio l'integrando è sempre integrabile, anche se considero la corrente come superficiale.

Antenne Filiformi

Corrente su di una antenna filiforme: equazione di Hallèn

Il vantaggio dell'equazione di Hallén è che con tale approccio l'integrando è sempre integrabile, anche se considero la corrente come superficiale.

In realtà, comunque, per non avere a che fare con un problema bidimensionale, anche per l'equazione di Hallén si passa da una corrente superficiale ad una concentrata sull'asse.

La precisione della soluzione dell'equazione di Hallén è superiore a quella ottenibile con l'equazione di Pocklington.

Una volta risolta l'equazione e ottenuta I(z), l'impedenza di ingresso si ottiene facilmente da:

$$Z_{IN} = \frac{V_g}{I(0)}$$

Antenne Filiformi

Antenne Corte

Le dimensioni ottimali di una antenna sono $\lambda_0/2$ per una antenna isolata (oppure $\lambda_0/4$ per un monopolo con un buon piano di massa).

A bassa frequenza tale valore può diventare troppo elevato, ed è necessario allora usare antenne corte.

Tali antenne hanno lo svantaggio di avere piccola altezza efficace e di richiedere spesso elevate potenze.

La piccola resistenza di irradiazione, pari ad , costringe allora a correnti elevate, con conseguente incremento delle perdite e riduzione dell’efficienza.

Inoltre le antenne corte hanno una elevatissima reattanza capacitiva di ingresso, che va compensata.

Antenne Filiformi

Antenne Corte

La reattanza di ingresso di una antenna corta è pari a:

$$X_{IN} = -jZ_C \cot g(k_0 l / 2)$$

essendo l la lunghezza totale dell'antenna e deve essere compensata da una opportuna induttanza.

Z_C è un parametro caratteristico dell'antenna, che dipende dal rapporto l/a e vale:

$$Z_C = \frac{\zeta}{2\pi}(\Omega - 3.4)$$

dove $\Omega = \ln\left(\frac{l}{a}\right)^2$

è il coefficiente di Snellezza con l lunghezza ed a raggio dell'antenna

Antenne Filiformi

Antenne Corte

La compensazione della reattanza capacitiva dell’antenna con una induttanza in serie all’antenna stessa, porta ad avere a che fare con un circuito risonante RLC, con un fattore di merito Q molto elevato ($R=R_{irr}$ è piccola, mentre C ed L sono elevate).

Più è alto il fattore di merito di un’antenna, e più è stretta la sua banda. Infatti la banda di un circuito risonante, in termini di banda percentuale, è l’inverso di Q, e quindi le antenne corte sono antenne a banda molto stretta.

Infatti, mentre alla frequenza di progetto (che è quella di risonanza) le due reattanze L e C si compensano, se mi sposto anche di poco in frequenza l’impedenza di ingresso della mia antenna cambia drasticamente.

Perciò si deve fare in modo di avere reattanze di irradiazione non troppo grandi.

Antenne Filiformi

Antenne Corte

Dall'espressione di Z_C si nota che tali reattanze sono tanto più piccole quanto più è grossa l'antenna.

Riguardo alla scelta del materiale per la costruzione di antenne corte, questo va scelto in base ad esigenze realizzative (deve essere resistente se la struttura è di dimensioni considerevoli) e deve avere costi non troppo elevati.

Queste due condizioni portano a scegliere spesso materiali meno pregiati, ad esempio, del rame (che per le sue caratteristiche di conducibilità sarebbe ottimo), quali il ferro e l'acciaio, che presentano l'inconveniente di avere una conducibilità più bassa.

Di conseguenza, oltre alla resistenza ed alla reattanza di irradiazione, dovrò tenere conto anche di una resistenza di perdita, dovuta alla dissipazione nel conduttore ed, in molti casi, dovuta anche alle perdite nell'induttanza di compensazione.

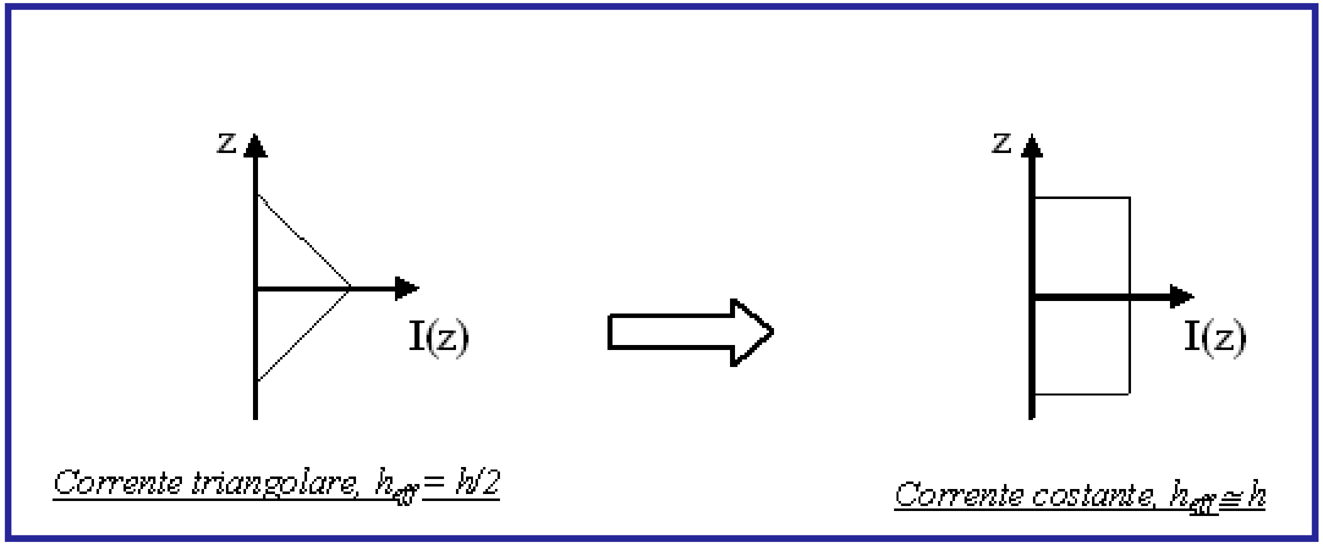
Antenne Filiformi

Antenne Corte

In conclusione, un'antenna corta è difficile da adattare e presenta delle efficienze relativamente basse.

E' dunque opportuno cercare delle tecniche che mi consentano di aumentare la R_{irr}, e conseguentemente diminuire il Q.

La corrente di una antenna corta ha sostanzialmente forma triangolare (massima al centro e nulla agli estremi), e questo è il motivo per il quale la sua $\underline{\mathbf{h}}_{eff}$ è pari a metà della sua lunghezza.

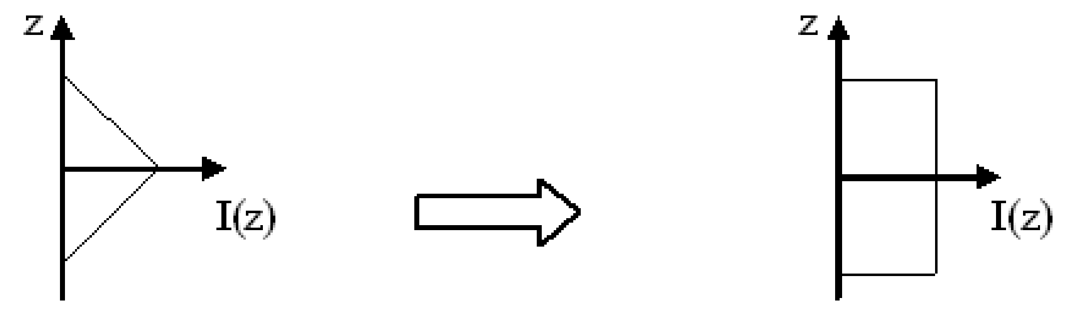


Antenne Filiformi

Antenne Corte

Se io riuscissi a portare la corrente ad avere una forma più o meno costante, potrei, a parità di dimensioni geometriche, aumentare la $\underline{\mathbf{h}}_{eff}$ fino a raddoppiarla.

Otterrei così una R_{irr} quattro volte più grande, e di conseguenza efficienze più elevate e una banda più larga.



Corrente triangolare, $h_{eff} = h/2$

Corrente costante, $h_{eff} \cong h$

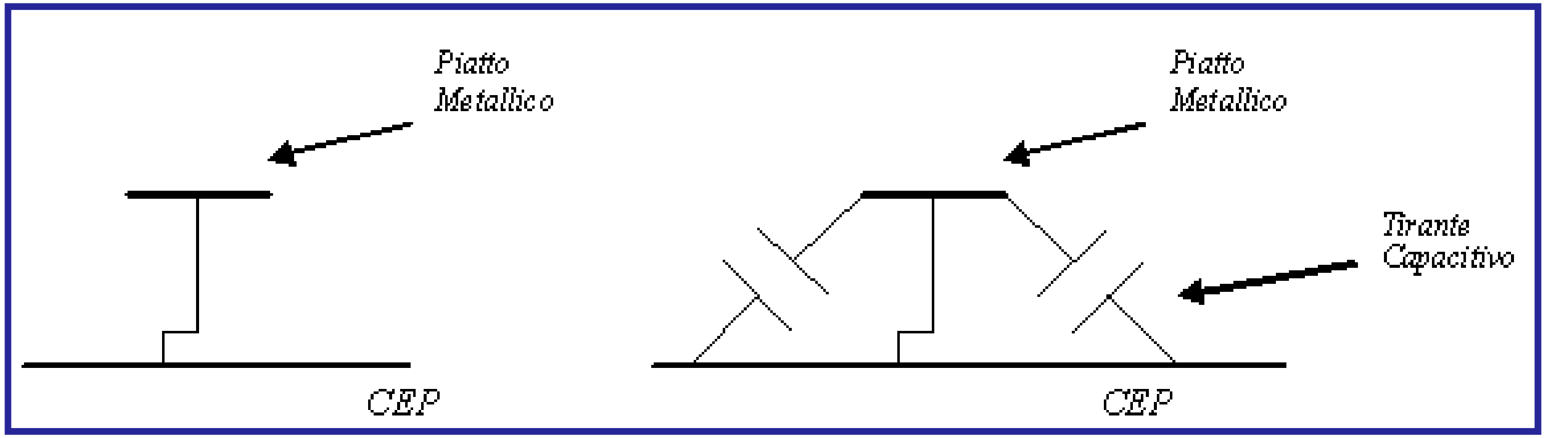
Antenne Filiformi

Antenne Corte

Per ottenere un andamento della corrente circa costante sull'antenna ci sono essenzialmente due strade.

Una è quella di realizzare un dipolo elementare, cioè porre alle estremità dell'antenna un piatto metallico che serve da serbatoio di cariche elettriche e fa si che la corrente non si annulli agli estremi.

Oppure posso realizzare l'antenna con una serie di tiranti radiali contenenti elementi capacitivi, in presenza o meno del piatto metallico (nel disegno sono rappresentati monopoli su piano di massa per semplicità).



Antenne Filiformi

Antenne Corte

Lo svantaggio di tali strutture è che sono geometricamente abbastanza grosse, ed inoltre l'introduzione di elementi capacitivi (piatto, tiranti) peggiora ulteriormente la reattanza di ingresso.

Un'altra strada consiste nel posizionare l'induttanza di compensazione in un punto opportuno dell'antenna, diverso in genere dall'ingresso dell'antenna stessa.

La X_{IN} può essere vista come la reattanza di ingresso di una linea di trasmissione aperta, di impedenza caratteristica Z_C e lunghezza l/2.

La corrente su tale linea è sostanzialmente la corrente che scorre sull'antenna (almeno per calcolare $\underline{\mathbf{h}}$ ed R_{in}).

Questo suggerisce che porre l'induttanza di compensazione più avanti sulla linea consente di avere una corrente quasi costante (anziché triangolare) sull'antenna, con incremento della resistenza di irradiazione e in definitiva dell'efficienza.

Antenne Filiformi

Antenne Corte

Naturalmente questa è solo un’approssimazione, in quanto modellando l’antenna come una linea di trasmissione non stiamo tenendo conto del fatto che l’antenna sta irradiando, e che inoltre nella mia antenna vi sono delle perdite distribuite dovute alla conducibilità finita.

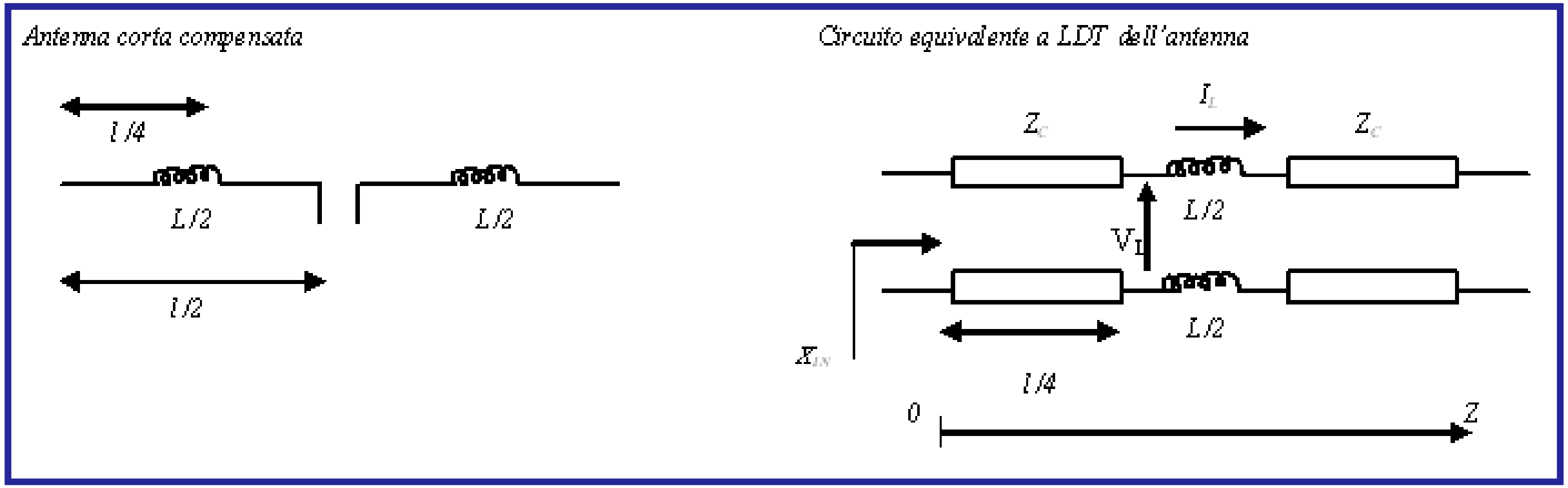
Tuttavia, nonostante questa approssimazione, se poniamo l’induttanza circa a metà dell’antenna riusciamo ad ottenere l’effetto voluto di corrente costante nel primo tratto dell’antenna corta.

Per dimensionare l’induttanza di compensazione si può appunto usare una linea di trasmissione.

Antenne Filiformi

Antenne Corte

Supponiamo di porre l'induttanza al centro:



Si trova:

$$X_{IN} = Z_C \frac{\left(j\omega L - jZ_C \cot g \frac{k_0 l}{4} \right) + jZ_C \tan \frac{k_0 l}{4}}{Z_C + j\left(j\omega L - jZ_C \cot g \frac{k_0 l}{4} \right) \tan \frac{k_0 l}{4}}$$

dove si è considerata la serie fra la parte finale della metà dell'antenna e l'induttanza L/2 come il carico per la linea lunga l/4.

Antenne Filiformi

Antenne Corte

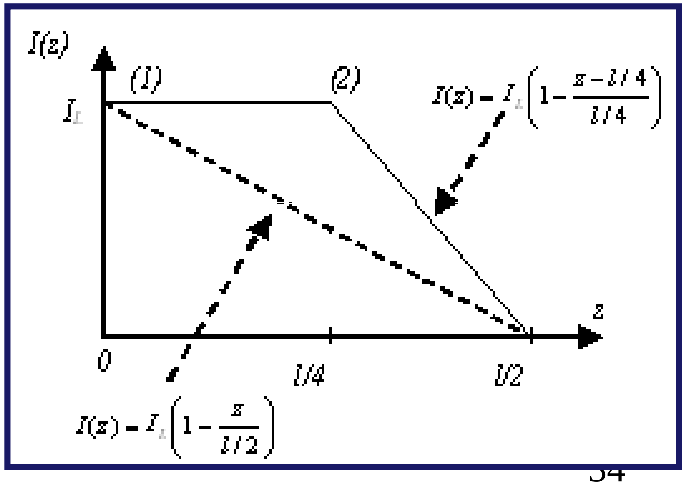
La condizione di adattamento, o compensazione, X_{IN}=0 fornisce:

$$X_{IN} = 0 \qquad \rightarrow \qquad \omega L = Z_C \left(\cot g \frac{k_0 l}{4} - \tan \frac{k_0 l}{4} \right)$$

Risolvendo la precedente espressione ottengo il valore di induttanza L cercato.

La corrente sull’antenna è ora triangolare solo nella parte terminale (per l/4 < z < l/2), in quanto deve annullarsi agli estremi:

$$I(z) = \begin{cases} \cong I_L & 0 \le z \le l/4 \\ I_L \left(1 - \dfrac{z - l/4}{l/4} \right) & l/4 \le z \le l/2 \end{cases}$$



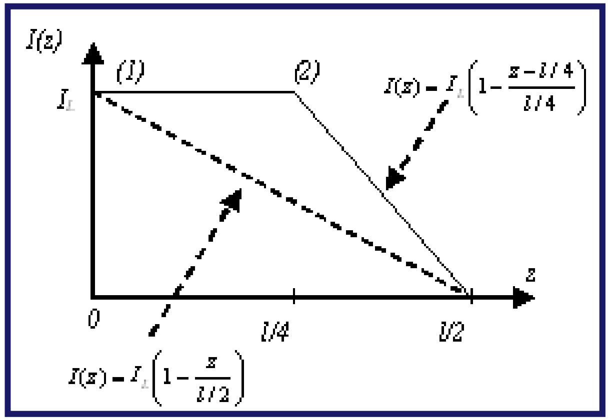
Antenne Filiformi

Antenne Corte

Calcolando la corrente nel tratto iniziale (per 0 < z < l/4) con maggiore precisione, esprimendo tensione e corrente mediante le equazioni delle linee di trasmissione, si ottiene:

$$I(z) = \frac{I_L \cos(k_0 z)}{\cos \frac{k_0 l}{4}}$$

La variazione di corrente tra i due estremi della linea per z=0 (punto (1)) e per z=l/4 (punto(2)) è quindi:



$$\frac{I_{(2)}}{I_{(1)}} = \frac{I(l/4)}{I(0)} = \frac{\dfrac{I_L \cos(k_0 l/4)}{\cos(k_0 l/4)}}{\dfrac{I_L}{\cos(k_0 l/4)}} = \cos \frac{k_0 l}{4}$$

che è comunque molto prossimo ad 1, per cui la corrente in questo tratto può considerarsi costante con buona approssimazione.